Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тверской государственный университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики
Направление «Фундаментальная информатика и информационные
технологии»
Кафедра информационных технологий

Курсовая работа

по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление: 010300– «Фундаментальная информатика и информационные
технологии»

Вариант №22

Выполнил:
Студент 26 группы
Варламов Антон Дмитриевич
Научный руководитель: к.ф.-м.н.
Захарова Ирина Владимировна

Тверь 2016г.

Оглавление

Постановка задачи

Написать программу, рассчитывающую площадь фигуры.

На входе: число наблюдений – n + дополнительные параметры, если они есть (см. свой вариант).

На выходе: площадь фигуры и относительная погрешность.

Вариант22 Фигура ограничена линиями $y = x + 1, y = 1 - x, y = 2, y = -1, x \in [-1, 1]$

Метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло— общее название группы численных методов, основанных на получении большого числа реализаций стохастического (случайного) процесса, который формируется таким образом, чтобы его вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи. Используется для решения задач в различных областях физики, химии, математики, экономики, оптимизации, теории управления и др.

Замечания

Замечание 1. Если случайная величина ξ имеет **равномерное распределение** на отрезке [0,1], то случайная величина η =a+(b-a) ξ имеет равномерное распределение на отрезке [a,b].

Замечание 11. Пусть необходимо найти площадь некоторой области D

Для этого:

1. Строим прямоугольник, со сторонами [a,b] и [c,d], содержащий область D

2. Рассмотрим случайные величины ξ и η, где случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке [a,b]; случайная величина η имеет равномерное распределение на отрезке [c,d]. Введём случайную величину:

$$\varphi = \begin{cases} 1, & \text{если } (\xi,\eta) \in D \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Вычислим математическое ожидание случайной величины φ:

$$M\varphi = 1 \cdot P((\xi,\eta) \in D) + 0 \cdot P((\xi,\eta) \notin D) = P((\xi,\eta) \in D) = \frac{S_D}{S_{abcd}} \ ,$$

где S_D, S_{abcd} – площади области D и прямоугольника abcd, соответственно. При вычислении вероятности мы воспользовались геометрическим определением вероятности, поскольку случайный вектор имеет равномерное распределение в области D. Следовательно, $S_D = S_{abcd} * M_{\varphi}$

Пусть (x_1,y_1), … ,(x_n,y_n) – полученные ("наблюдённые") значения случайного вектора (ξ,η). Таким образом мы имеем ***n*** измерений случайной величины φ:$z_1 \ldots z_n$, где

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_i,y_i) \in D \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

i=1,…,n. Отсюда получаем

$$S_D \approx S_{abcd} * \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i}{n}$$

```
#include <iostream>
#include "math.h"
#include <locale.h>
#include <fstream>
using namespace std;
//Границы abcd
const double a = -1.0;
const double b = 1.0;
const double c = -1.0;
const double d = 2.0;
//Функция проверяет, приналлежит ли точка (x,y) области D
bool is_it_belongs(double x, double y)
{
	if ((x >= -1 && x <= 1) && (y <= 2 && y >= -1) &&\
		((y >= x + 1 && y >= 1 - x) || (y <= x + 1 && y <= 1 - x))) return true;
	return false;
}
//каждая функция генерирует случайную величину с равномерным распределением на [0,1]
//и переводит её в случайную величину на отрезке [a,b]
double randomx(){return (double(rand()) / double(RAND_MAX))*(b - a) + a;}
double randomy(){return (double(rand()) / double(RAND_MAX))*(d - c) + c;}
//Подсчёт площади D по формуле из замечания 11, площадь abcd = 2*3 = 6
double square(int n)
{
	double answer = 0.0;
	for (int i = 0; i < n; i++)
	{
		if (is_it_belongs(randomx(), randomy()))answer += 1.0;
	}
	return answer*6.0 / double(n);
}

int main()
{
	setlocale(0, "");
	int n;
	ofstream out("text.txt");
	while (
		cin >> n) {
		double res = square(n);
		//Погрешность для проверки метода, площадь D = 4
		out << "При числе наблюдений n=" << n << " Площадь фигуры= " << res << "
Погрешность= " << abs(4 - res) << endl;
	}
	out.close();
	return 0;
}
```

Результаты работы

При числе наблюдений n=5 Площадь фигуры= 4.8 Погрешность= 0.8

При числе наблюдений n=50 Площадь фигуры= 3.72 Погрешность= 0.28

При числе наблюдений n=100 Площадь фигуры= 3.72 Погрешность= 0.28

При числе наблюдений n=1000 Площадь фигуры= 4.02 Погрешность= 0.02

При числе наблюдений n=5000 Площадь фигуры= 4.0248 Погрешность= 0.0248

При числе наблюдений n=10000 Площадь фигуры= 4.0068 Погрешность= 0.0068