МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Тверской государственный университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики

Кафедра математической статистики и системного анализа

Направление 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль «Системный анализ, исследование операций и управление»

**Отчет**

**по итогам производственной практики**

**(преддипломной практики)**

**2017-2018 уч. год, 8 семестр**

 **Автор**: студент 4 курса

 Доронин Виталий Евгеньевич

 **Научный руководитель**:

 кандидат физико-математических наук

 Бобышев Владимир Николаевич

 **Оценка**: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (подпись)

 Тверь, 2018

Оглавление

[*Введение* 3](#_Toc514870695)

[*Постановка задачи* 3](#_Toc514870696)

[*Заключение* 4](#_Toc514870697)

#

# Введение

 Во время прохождения преддипломной практике я занимался разработкой алгоритма численного моделирования изменения температуры при фазовом переходе. Тема моей выпускной работы: «Численный анализ тепловых процессов с учетом фазового перехода с использованием метода сеток».

Первой работой в данной области считают статью Г. Ламе и Б. П. Клапейрона «Об отвердевании охлаждающегося жидкого шара» 1831 года, в которой было установлено, что толщина твердой фазы, образующейся при затвердевании однородной жидкости, пропорциональна $\sqrt{t}$. Значительно позже в 1889 году австрийский физик и математик Йозеф Стефан опубликовал четыре статьи, посвященные задачам с фазовыми переходами. Впоследствии задачи данного класса с подвижными межфазными границами стали называть задачами Стефана. В своих работах он сформулировал и решил задачи, определяющие процессы теплопроводности и диффузии для однофазной или двухфазной областей. Кроме того, Й. Стефан сформулировал уравнение теплового баланса на границе раздела фаз с учетом скрытой теплоты, и теперь подобные условия сопряжения фаз принято называть условиями Стефана.

# Постановка задачи

Рассматривался процесс замерзания воды, при котором температура фазового перехода равна нулю. Рассматривалась массу воды $x \geq 0$, ограниченную с одной стороны плоскостью $x=0$. В начальный момент $t=0$ вода обладает постоянной температурой $c>0$. Если на поверхности $x=0$ всё время поддерживается постоянная температура $c\_{1}<0$, то граница замерзания $x= ξ$ будет со временем проникать вглубь жидкости.

Задача о распределении температуры при наличии фазового перехода и о скорости движения границы раздела фаз (например, внутри замерзающей воды) сводится к решению уравнений

$\left\{\begin{array}{c}\frac{∂U\_{1}}{∂t}= a^{2}\_{1}\frac{∂^{2}U\_{1}}{∂x^{2}}, 0<x<ξ \\\frac{∂U\_{2}}{∂t}= a^{2}\_{2}\frac{∂^{2}U\_{2}}{∂x^{2}}, ξ<x<\infty \end{array}\right.$ (I)

с дополнительными условиями

$\left\{\begin{array}{c}u\_{1}=c\_{1}, x=0\\u\_{2}=c\_{2}, t=0 , \end{array}\right.$ (II)

и условиями на границе замерзания

$u\_{1}= u\_{2}=0 , $ $x= ξ$ , (III)

$k\_{1}\frac{∂U\_{1}}{∂x}|\_{x= ξ }- k\_{2}\frac{∂U\_{2}}{∂x}|\_{x= ξ }= λρ\frac{∂ξ}{∂t}$ *, (IV)*

где $k\_{1}, a^{2}\_{1}, k\_{2}, a^{2}\_{2}$ – коэффициенты теплопроводности и температуропроводности твердой и, соответственно, жидкой фаз.

Задачу (I) – (IV) часто называют задачей Стефана, задачей о фазовом переходе или задачей о промерзании.

Решение задачи

Решение задачи было реализовано в интегрированной среде разработки R-Studio с открытым исходным кодом на языке программирования R, предназначенного для статистической обработки данных и работы с графикой. R широко используется как статистическое программное обеспечение для анализа данных и фактически стал стандартом для статистических программ.

В процессе исследования явления фазового перехода использовались следующие источники:

1) Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, Москва, 1977 c. 259 – 264, 617-619

2) Самарский А.А. Теория разностных схем, Москва, 1977, c.68 – 71

3) Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы, Москва «Наука» // главная редакция физико-математической литературы, 1989, c.34 – 36

4) https://ru.wikipedia.org/wiki/Задача\_Стефана

5) Rishi K.G. Multiphysics Modeling of Selective Laser Sintering/Melting, 2015, c. 40-42

 Было получено численное решение задачи Стефана, и соотнесено с аналитическим решением, полученным в программном пакете, системе компьютерной математики Maple, предназначенном для символьных вычислений.

# Заключение

 Сравнив результаты, мы пришли к выводу, что численное решение приближается к аналитическому. Но, так как аналитически задача решалась на полубесконечной плоскости, а для численного решения требуются граничные условия, результаты сходятся только до n-го момента времени.