

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Тверской государственной университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики

Направление 01.04.02 – Прикладная математика и информатика
Программа магистратуры «Системное программирование»

**Отчет по итогам научно-исследовательской работы
2017-2018 уч. год, 2 семестр**

Автор: студент 1 курса магистратуры СП
Секорин Всеслав Станиславович

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., доцент
Дудаков Сергей Михайлович

Содержание

1	Цели и задачи	3
2	Исследования	3
2.1	Достаточность доказательства для двухместных отношений . . .	3
2.2	Условие выполнимости формулы	3
2.3	Правила для конъюнкции и отрицания	4
2.4	Правила для квантора существования по переменной	4
2.5	Правила для конъюнкции и отрицания с учетом скорости	4
3	Результаты	5

1 Цели и задачи

Основной целью научно-исследовательской работы является изучение возможности построения исчисления для формул логики второго порядка, имеющих конечную модель.

Были выделены следующие задачи:

- определение достаточности доказательства только для двухместных отношений,
- выбор правила для определения выполнимости формулы на конечных моделях,
- введения правил для конъюнкции и отрицания,
- рассмотрения правил для квантора существования по переменной.

2 Исследования

2.1 Достаточность доказательства для двухместных отношений

Так как мы рассматриваем выполнимость формул, то возможно выполнять следующую замену для всех отношений, местность которых больше 2:

1. Добавим в систему множество новых констант \mathfrak{C} , количество которых равно максимальной мощности из таких отношений.
2. Каждое n -местное отношение ($n > 2$) заменим на n двухместных отношений следующим образом:

$$R(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \{R_1(c_i, x_1), R_2(c_i, x_2), \dots, R_n(c_i, x_n)\},$$

где $c_i \in \mathfrak{C}$.

2.2 Условие выполнимости формулы

Для определения выполнимости формулы на конечных моделях будем использовать 0-1-law, в соответствии с которым

$$Q_n(\varphi) = \frac{|\{\mathfrak{A} : \mathfrak{A} \models \varphi\}|}{|\mathfrak{A}|}$$

стремится к 0 или 1 при $n \rightarrow \infty$.

2.3 Правила для конъюнкции и отрицания

Учитывая условие выполнимости формул на конечных моделях, в исчисление будет рассматриваться не только сама формула φ , но и то к чему стремится Q_n , то есть $\varphi\{1\}$ или $\varphi\{0\}$.

Приведем правила для конъюнкции:

- $$\frac{\varphi\{1\} \quad \psi\{1\}}{\varphi \wedge \psi\{1\}}$$
- $$\frac{\varphi\{0\} \quad \psi\{1\}}{\varphi \wedge \psi\{0\}}$$
- $$\frac{\varphi\{1\} \quad \psi\{0\}}{\varphi \wedge \psi\{0\}}$$
- $$\frac{\varphi\{0\} \quad \psi\{0\}}{\varphi \wedge \psi\{0\}}$$

И правила для отрицания:

- $$\frac{\varphi\{1\}}{\neg\varphi\{0\}}$$
- $$\frac{\varphi\{0\}}{\neg\varphi\{1\}}$$

2.4 Правила для квантора существования по переменной

Для формулы $\varphi\{1\}$, если $x \in V(\varphi)$, где V – множество переменных формулы, получим правило:
$$\frac{\varphi\{1\}}{((\exists x)\varphi)\{1\}}$$

Но для правила формулы $\varphi\{0\}(x \in V(\varphi))$ необходима информация с какой скоростью $Q_n(\varphi) \rightarrow 0$. Тогда получаем следующее правило:

$$\frac{\varphi\{\xrightarrow{2i} 0\}}{((\exists x)\varphi)\{\xrightarrow{i} 0\}}$$

2.5 Правила для конъюнкции и отрицания с учетом скорости

Рассмотрим некоторые уже представленные правила для конъюнкции и отрицания с учетом скорости стремления:

- $$\frac{\varphi\{\xrightarrow{i} 0\} \quad \psi\{\xrightarrow{j} 1\}}{\varphi \wedge \psi\{\xrightarrow{i} 0\}}$$

- $$\frac{\varphi\{\overset{i}{\rightarrow} 0\} \quad \psi\{\overset{j}{\rightarrow} 0\}}{\varphi \wedge \psi\{\overset{\max\{i,j\}}{\rightarrow} 0\}}$$
- $$\frac{\varphi\{\overset{i}{\rightarrow} 1\}}{\neg\varphi\{\overset{i}{\rightarrow} 0\}}$$
- $$\frac{\varphi\{\overset{i}{\rightarrow} 0\}}{\neg\varphi\{\overset{i}{\rightarrow} 1\}}$$

3 Результаты

В рамках данной научно-исследовательской работы были выполнены все поставленные задачи: показано, что доказательство для двухместных отношений, предложены правила для конъюнкции и отрицания, рассмотрены правила для квантора существования по переменной.