

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тверской государственный университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики

Направление 01.04.02 – Прикладная математика и информатика
Программа магистратуры «Математическое моделирование»

**Отчет по производственной практике (научно-
исследовательской практике)
2017-2018 уч. год, 1 курс 2 семестр**

Автор: студент 1 курса магистратуры

Латышенко Екатерина Сергеевна

Руководитель практики:

Зингерман Константин Моисеевич, д.ф.-

м.н., профессор

(Ф.И.О., должность, степень, звание)

Оценка: _____

Тверь – 2018

Тема моей магистерской работы: «Исследование устойчивости распределенных динамических систем».

Целью моей работы является построение математических моделей для экономики и определение проблем устойчивости этих моделей.

В качестве предметной области исследования я выбрала – исследование устойчивости экономики предприятия.

Исследование устойчивости экономических, биологических, социальных систем в настоящее время является актуальной задачей. В особенности, предсказание экономических кризисов, для их предотвращения.

В начале была взята модель предприятия с закрытой системой среднесрочного (до пяти лет) прогнозирования и планирования, в которой взаимодействуют производственный сектор и потребительский сектор. Теперь я рассматриваю базовую модель экономического развития.

Основные особенности экономических процессов предприятия:

1. Стремление получения максимальной прибыли
2. Уменьшение расходов и увеличение доходов предприятия
3. Стремление к равновесию
4. Устойчивость работы предприятия
5. Наличие положительно-обратных связей в спросе и предложении.

Теперь рассмотрим дифференциальное уравнение микроэкономической динамики, описывающее совместное взаимодействие долгосрочного экономического роста и циклических колебаний деловой активности в свободной рыночной экономике.

$$\begin{aligned} \frac{d^2Y}{dt^2} + \left\{ \lambda + k - \lambda * (1 - s) * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - k * \lambda^2 * \left[1 - \frac{4}{3} * \chi * \left(\nu * \frac{\partial Y}{\partial t} \right)^2 \right] \right\} * \frac{dY}{dt} + \lambda \\ * \left[k - s * (1 - s) * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} \right] * Y + \lambda * (1 - s) * \left(\mu - k * \frac{a}{h} \right) * K * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} \\ - K * \lambda * (1 - s) * \frac{b}{h} * L * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} = \lambda * \frac{dA}{dt} + k * \lambda * A, \quad (1) \end{aligned}$$

$Y(t)$ – текущий объем выпуска продукции предприятия (текущий доход);

$\bar{Y} = F(K, L)$ – уровень выпуска, соответствующего траектории долгосрочного роста (производственная функция Кобба-Дугласа);

K – капитал;

L – труд;

λ – скорость реакции запаздывания фактических индуцированных капиталовложений от решения об инвестициях;

s – коэффициент сбережений;

ν – мощность акселератора;

μ – коэффициент выбытия капитала;

a, b, h – постоянные коэффициенты в уравнении Эйлера для производственной функции:

$$a * K * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} + b * L * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} = h * \bar{Y};$$

A – независимые от дохода (Y) расходы на капиталовложения и потребление;

$\frac{4}{3} * \lambda * k * \left(\nu * \frac{\partial Y}{\partial t} \right)^2$ – нелинейный акселератор инвестиций.

При $\chi = 1$ нелинейный акселератор инвестиций обеспечивает поддержание в данной экономической системе незатухающих циклических колебаний. Такая система является классической автоколебательной системой. Если коэффициент усиления ν достаточно велик ($\nu > 1.05$), то в системе возникает

самоподдерживающийся колебательный процесс, характеристики которого определяются внутренними (структурными) параметрами системы. Т.е. в точке $\nu = 1.05$ в системе происходит бифуркация рождения цикла.

Некоторыми переменными уравнения (1) можно пренебречь, так как они не описывают выбранную нами модель экономики предприятия. К ним относятся: k , s , A . Теперь сделаем необходимые математические преобразования, чтобы привести это дифференциальное уравнение к стандартному виду. Для этого сделаем замену: $\frac{4}{3} * \lambda * \left(\nu * \frac{\partial Y}{\partial t}\right)^2 = aks$.

Получаем:

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + \left\{ \lambda - \lambda * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - \lambda^2 + \lambda * aks \right\} * \frac{dY}{dt} + \lambda * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} * Y + \lambda * \left(\mu - \frac{a}{h} \right) * K * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} - K * \lambda * \frac{b}{h} * L * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - 2 * \lambda = 0. \quad (2)$$

Делим уравнение (2) на λ :

$$\frac{1}{\lambda} * \frac{d^2 Y}{dt^2} + \left\{ 1 - \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - \lambda + aks \right\} * \frac{dY}{dt} + \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} * Y + \left(\mu - \frac{a}{h} \right) * K * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} - K * \frac{b}{h} * L * \frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} - 2 = 0. \quad (3)$$

Производим еще одну замену: $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial K} = k'$, $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial L} = l'$ \implies

$$\frac{1}{\lambda} * \frac{d^2 Y}{dt^2} + \{ 1 - l' - \lambda + aks \} * \frac{dY}{dt} + k' * Y + \left(\mu - \frac{a}{h} \right) * K * k' - K * \frac{b}{h} * L * l' - 2 = 0. \quad (4)$$

Раскрываем скобки и переносим нелинейную часть вправо:

$$\frac{1}{\lambda} * \frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{dY}{dt} - l' * \frac{dY}{dt} - \lambda * \frac{dY}{dt} + k' * Y + \left(\mu - \frac{a}{h}\right) * K * k' - K * \frac{b}{h} * L * l' - 2$$

$$= aks * \frac{dY}{dt}. \quad (5)$$

Теперь необходимо решить получившееся уравнение (5) методом Вандерполя.

В дальнейшем, на основании решения этого уравнения мы сможем судить устойчива данная экономическая система или нет. На основе приведенных формул будет составлена программа для реализации целей магистерской работы.

Заключение:

В магистерской работе была описана модель для предприятия для решения основных целей, в том числе дифференциальное уравнение, которое более детально описывает цикличность экономической системы. В выбранной модели присутствует нелинейная часть (нелинейный акселератор инвестиций), которую в дальнейшем мы будем проверять на устойчивость. Формулы, описывающие дифференциальное уравнение модели и нелинейную часть, были представлены уравнением (1). С помощью простых математических преобразований эта формула свелась к уравнению (5). Это уравнение было решено и проанализировано и были сделаны выводы относительно него. А также были описаны дальнейшие действия, которые будут проделываться в исследуемой теме.

Список литературы:

1. А. Н. Каталуев, А. Н. Кудинов, А. Н. Нефедов. Математические модели исследования задач экономики: Учеб. пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2009. – 164 с.
2. А. Н. Кудинов. Математическое и численное моделирование процесса потери устойчивости неоднородных оболочек: учеб. пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2016. – 44 с.
3. В. А. Садовничий, А. А. Акаев, А. В. Коротаев, С. Ю. Малков. Моделирование и прогнозирование мировой динамики, 2012. – 356 с.
4. Нелинейность в современном естествознании/ Под ред. Г. Г. Малинецкого. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 424 с., цв. вкл. (Синергетика: от прошлого к будущему.)
5. Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики/ Отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 352 с.