

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тверской государственной университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики

Направление 01.04.02 – Прикладная математика и информатика  
Программа магистратуры «Математическое моделирование»

**Отчет по производственной практике (научно-  
исследовательской работе)  
2017-2018 уч. год, 1 курс 2 семестр**

**Автор:** студент 1 курса магистратуры

Латышенко Екатерина Сергеевна

**Научный руководитель:**

Кудинов Алексей Никифорович, д.ф.-м.н.,

профессор

(Ф.И.О., должность, степень, звание)

Тема моей магистерской работы: «Исследование устойчивости распределенных динамических систем».

Целью моей работы является построение математических моделей для экономики и определение проблем устойчивости этих моделей.

В качестве предметной области исследования я выбрала – исследование устойчивости экономики предприятия.

Исследование устойчивости экономических, биологических, социальных систем в настоящее время является актуальной задачей. В особенности, предсказание экономических кризисов, для их предотвращения. Ведь невозможно понять насколько хорошо работает та или иная система без определения возможных отклонений устойчивости модели, построенной для системы.

Применение механических и физических моделей к экономической системе – подход который я рассматриваю в своей магистерской работе. Ведь такие модели универсальны и применяются во многих системах.

В моей работе была сначала взята модель предприятия с закрытой системой среднесрочного (до пяти лет) прогнозирования и планирования, в которой взаимодействуют производственный сектор и потребительский сектор. Никаких внешних воздействий, например инвестиции в производство, нет. В дальнейшем будем рассматривать модель, на которую будут влиять инвестиции.

Производственный сектор занимается производством и выпуском одного вида продукции. Потребительский сектор поставляет сырье, материалы для производства, осуществляет спрос и предложение на выпускаемую продукцию. В модели рассматривается предприятие-монополист, присутствует совершенный рынок производства, т.е. нет конкуренции. В качестве целевой функции была выбрана прибыль предприятия. Необходимо

максимизировать прибыль предприятия и исследовать как она будет отклоняться от заранее заданной точки равновесия.

Устойчивой, построенная модель, будет считаться если предприятие будет получать прибыль на отрезке от 15000 до 40000 условных единиц и будут учтены все начальные условия и ограничения.

Произведенная продукция определяется производственной функцией  $Y$  количеством товаров и услуг в зависимости от затрат труда ( $L$ ) и капитала ( $K$ ). В качестве производственной функции обычно используется функция Кобба-Дугласа. Производственная функция расходуется на потребление ( $C$ ) и инвестиции ( $I$ ):

$$Y=C+I \quad (1)$$

Инвестиции расходуются на то, чтобы

А) компенсировать выбытие основного капитала (амортизации)

Б) обеспечить увеличение основных фондов и следование увеличению выпуска продукции

$$\frac{dK}{dt} = I - g_1 * K. \quad (2)$$

Связь между инвестициями и изменением спроса (и изменения цен, поскольку цены напрямую зависят от спроса) имеет вид:  $I \sim b * \frac{dC}{dt}$  т.е. уровень инвестиций пропорционален изменению спроса (изменению цен). Коэффициент  $b$  отражает влияние финансовой системы: чем сильнее спекулятивный ажиотаж, чем доступнее кредиты, тем выше этот коэффициент. Запаздывание изменения величины  $I$  от изменения  $C$  может быть учтено с помощью выражения:

$$\frac{dI}{dt} = -a * (I - b * \frac{dC}{dt} - g_2 * K), \quad (3)$$

где коэффициент  $a$  отражает быстроту реакции инвесторов на изменение спроса (при увеличении  $a$  быстрота реакции возрастает), член  $g_2 * K$  характеризует склонность к инвестициям. Запаздывание изменения выпуска  $Y$  от изменения  $K$  может быть учтено с помощью выражения

$$\frac{dY}{dt} = -r * (Y - K^\alpha * L^\beta), \quad (4)$$

где коэффициент  $r$  характеризует скорость ввода в эксплуатацию новых основных фондов.

На основе принятых основных положений и допущений математическая модель экономики (работы) предприятия можно представить следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = C + I, \\ \frac{dK}{dt} = I - g_1 * K, \\ \frac{dI}{dt} = -a * (I - b * \frac{dC}{dt} - g_2 * K) \quad (*) \\ \frac{dY}{dt} = -r * (Y - K^\alpha * L^\beta), \\ g_1, g_2 \rightarrow 0, \alpha \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

Далее система дифференциальных уравнений (\*) сводится к следующему:

$$(1 + a * b) * \frac{d^2 I}{dt^2} + (a + r + r * a * b) * \frac{dI}{dt} + a * r * (1 - b * L^\beta) * I = 0 (**)$$

Экономическая система стремится к равновесию, а при выходе системы из равновесия в ней будут наблюдаться затухающие колебания. Частота колебаний равна  $(\frac{a * r * (1 - b * L^\beta)}{1 + a * b})^{\frac{1}{2}}$ , она уменьшается при увеличении  $b$  и

возрастает при увеличении  $a$  и  $r$ . Коэффициент затухания равен  $\frac{a + r + r * a * b}{1 + a * b}$ ,

он возрастает при увеличении  $a$  и  $r$ . Это означает, что наличие доступных кредитов увеличивает период колебаний и оттягивает наступление кризиса. Уменьшение временных лагов (высокие значения  $a$  и  $r$ ), напротив, способствуют более быстрой реакции экономической системы на дестабилизирующие воздействия и более быстрому ее возвращению к равновесному состоянию (данные особенности сохраняются при произвольных значениях параметров  $g_1, g_2, \alpha$ ).

Были получены уравнения движения или колебания с переменными коэффициентами. На основе этого вывода необходимо выбрать метод решения, составить алгебраические решения и провести численные эксперименты.

В дальнейшем буду рассматривать нелинейные системы и заниматься устойчивостью этой модели.

#### Заключение:

В магистерской работе была описана первоначальная модель для предприятия для решения основных целей. Для выбранной модели были описаны основные положения и допущения, которые описывают взятую нами экономическую модель на предприятии. Формулы, описывающие эти допущения, были представлены системой дифференциальных уравнений и затем свелись к одному уравнению (\*\*). Это уравнение было проанализировано и были сделаны выводы относительно него. А также были описаны дальнейшие действия, которые будут проделываться в исследуемой теме.

## Список литературы:

1. А. Н. Каталуев, А. Н. Кудинов, А. Н. Нефедов. Математические модели исследования задач экономики: Учеб. пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2009. – 164 с.
2. А. Н. Кудинов. Математическое и численное моделирование процесса потери устойчивости неоднородных оболочек: учеб. пособие. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2016. – 44 с.
3. В. А. Садовничий, А. А. Акаев, А. В. Коротаев, С. Ю. Малков. Моделирование и прогнозирование мировой динамики, 2012. – 356 с.
4. Нелинейность в современном естествознании/ Под ред. Г. Г. Малинецкого. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 424 с., цв. вкл. (Синергетика: от прошлого к будущему.)
5. Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики/ Отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий. – М.: Издательство ЛКИ, 2010. – 352 с.

