

Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»  
Факультет прикладной математики и кибернетики  
Кафедра математической статистики и системного анализа  
Направление 09.03.03 – «Прикладная информатика»  
Профиль «Прикладная информатика в экономике»

## ВЫПУСКНАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

Модель капитализации в задачах выбора многопериодных  
инвестиционных проектов

Автор:  
Латышенко Екатерина Сергеевна

Научный руководитель:  
д.т.н., профессор,  
Михно Владимир Николаевич

Допущена к защите:

Руководитель ООП:

\_\_\_\_\_ /Язенин А.В./  
(подпись, дата)

Заведующий кафедрой: математической статистики и системного анализа  
(наименование)

\_\_\_\_\_ /В.Н. Михно/  
(подпись, дата)

Тверь 2017

## Содержание:

Введение.....	3
1. Основные понятия.....	5
1.1. Основные понятия.....	5
1.2. Обзор методов оценки и выбора инвестиционных проектов...8	
1.3. Постановка задачи.....	11
2. Алгоритмы решения задачи.....	13
2.1. Спецификации вероятностных распределений процентных ставок13	
2.2. Алгоритм оценки остаточного имущества.....	13
2.3. Комплексный алгоритм оценки выбора.....	16
3. Программная реализация и численные исследования модели .....	17
3.1. Программная реализация.....	17
3.2. Результаты численных экспериментов.....	17
4. Заключение.....	20
5. Список литературы.....	21
6. Приложения.....	24

## Введение

Для каждого инвестора очень важным считается задача принятия решений по вложению своих средств в различные проекты и способа их оценивания. Сложность принятия таких решений возникает из-за возможности риска, ограниченности финансовых средств инвестора и большим количеством доступных вариантов вложения средств для инвестирования.

В настоящее время известно много методов решения задачи оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов. Однако, в большинстве из этих методов данная задача решается, как правило, при заданных детерминированных (прогнозных) процентных ставках относительно инвестирования и заимствования с использованием целевых показателей выбора проектов. В этих методах не учитывается неопределенность последствий реализаций проектов, либо учитывается неопределенность целевого показателя на момент завершения реализации проекта.

Использование таких методов выбора приводит к низкой обоснованности выбора проекта.

Поэтому актуальной является задача исследования моделей оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов в условиях вероятностной неопределенности.

В работе рассматривается задача выбора многопериодных инвестиционных проектов в условиях вероятностной неопределенности относительно процентных ставок по инвестированию и заимствованию на реализацию.

В соответствии с этим, целью работы является повышение обоснованности выбора многопериодных инвестиционных проектов на основе использования вероятностной модели неопределенности для каждого периода реализации проектов.

Для достижения данной цели в работе решаются следующие задачи:

- 1) выбор целевого показателя оценки проектов;
- 2) математическая постановка задачи;
- 3) выбор вероятностной модели описания неопределенности в каждом периоде реализации проекта;
- 4) разработка и реализация алгоритма решения задачи;
- 5) осуществление программной реализации модели оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов;
- 6) проведение численных экспериментов с использованием рассматриваемой модели.

В качестве модели неопределенности относительно процентных ставок по заимствованию и инвестированию выбирается нормальное распределение с задаваемыми математическим ожиданием и дисперсией для каждого периода реализации проектов. В качестве целевого показателя используется уровень капитализации на конец планового периода. Оценка целевого показателя осуществляется с использованием модели полного финансового плана описания инвестиционных проектов и методов математической статистики.

Работа состоит из трех разделов, заключения, списка литературы, приложения.

В первом разделе приводятся основные понятия, которые помогут в понимании темы. Рассматриваются наиболее распространенные методы оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов. Осуществляется математическая постановка задачи.

Второй раздел посвящен разработке алгоритмов оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов. Здесь конкретизируются: вероятностные распределения процентных ставок; методы оценки математических ожиданий целевого показателя; модель выбора проекта.

В третьем разделе дается описание программной реализации модели в среде Visual Studio 2010 на языке программирования C++. Для проверки работы программы приводятся результаты численных экспериментов алгоритмов,

выведенных во втором разделе, и формулируются выводы по полученным результатам.

В заключении подводятся итоги исследования всей работы, формируются обобщенные выводы по результатам исследования.

В приложениях представлен код программной реализации и результат работы этой программы.

## **1. Основные понятия.**

### **1.1. Основные понятия**

Приведем основные понятия, которые используются для раскрытия сущности задачи и ее постановки следуя работам [1, 2, 4, 5, 7 – 13, 19 – 24].

Инвестиция – это предпринимательское действие, которое в разные моменты времени  $t$  приводит к денежным выплатам и поступлениям  $z_t < 0$ ,  $z_t > 0$ , причем этот процесс всегда начинается с выплаты. Слово «инвестиция» может обозначать и объект – результат инвестирования. Принятие решения об инвестициях всегда представляет собой осуществление оценки инвестиционных действий.

По периоду инвестирования принято выделять инвестиции (См. [9]):

- Краткосрочные, как правило, продолжительностью не более года (краткосрочные депозитные вклады, сберегательные сертификаты);
- Среднесрочные (до 3 лет);
- Долгосрочные, продолжительностью свыше одного года.

Инвестор – это частный предприниматель, организация или государство, осуществляющие долгосрочные вложения капитала в какое-либо дело, предприятие с целью получения прибыли.

Проблема принятия решения для инвестора в рамках многопериодного анализа состоит в том, чтобы оптимизировать поток текущих доходов, представляющих

собой регулярное изъятие денежных средств в целях личного потребления, как в его временной структуре, так и по абсолютным величинам.

Объект инвестирования – это все то, во что вкладываются денежные средства.

Процесс инвестирования – это определенная совокупность участников, а также способов привлечения и размещения их средств с целью достижения инвестиционных целей.

Финансирование – это действие, которое приводит в разные моменты времени к денежным поступлениям и выплатам, причем этот процесс всегда начинается с поступления.

Инвестиционный проект – это системно ограниченный и законченный комплекс мероприятий, документов и работ, финансовым результатом которого является прибыль (доход), материально-вещественным результатом - новые или реконструированные основные фонды (комплексы объектов), либо приобретения и использования финансовых инструментов или нематериальных активов с последующим получением дохода или социального эффекта.

Базовые платежи – это те платежи, которые в любом случае не зависят от решения.

Полный финансовый план нацелен на сбалансирование в каждый будущий период инвестиций по проекту с потребностью в этих инвестициях и покрытием стоимости заемных и привлеченных средств (См. [17]).

Стремление к имуществу (или остаточной стоимости). В этом случае, как и временная структура, так и уровень изъятий рассматривается как идентичные для всех инвестиционных альтернатив. Единственной степенью свободы здесь является остаточное имущество (богатство) инвестора на конец периода планирования. Но и здесь, естественно, можно учесть разные временные структуры, а следовательно - постоянные или меняющиеся изъятия.

Несовершенный рынок капитала. Инвестор может вложить средства в виде дополняющих инвестиций на любую сумму, но осуществление дополняющего заимствования возможно лишь в ограниченном объеме. С помощью дополняющих инвестиций он заработает проценты по инвестированию величиной, а дополняющее заимствование стоит ему процентов к выплате по заимствованию величиной. Но проценты по инвестированию всегда ниже процентов по заимствованию.

Несовершенный ограниченный рынок капитала – подразумевает тот же рынок капитала, но ограниченный лимитом заимствования.

Несовершенный неограниченный рынок капитала – это несовершенный рынок, не ограниченный лимитом заимствования.

Совершенный рынок капитала (метод чистой сегодняшней стоимости). Дополняющие инвестиции и заимствования возможны в любом объеме. В противоположность несовершенным рынкам капитала ставка процента по дополняющим инвестициям всегда в точности совпадает со ставками процента по дополняющему заимствованию.

Расчетная ставка процента – характерная для совершенных рынков капитала единая ставка процента для дополняющих инвестиций и заимствований.

Совершенный ограниченный рынок капитала – подразумевает тот же рынок капитала, но ограниченный лимитом заимствования.

Совершенный неограниченный рынок капитала – это несовершенный рынок, не ограниченный лимитом заимствования.

Ставка дисконта - это, как правило, ежегодная ставка, отражающая уровень доходности, которая может быть получена сегодня от использования аналогичных инвестиций (См. [19]).

В дальнейшем мы будем рассматривать только несовершенный неограниченный рынок капитала.

## 1.2. Обзор методов оценки и выбора инвестиционных проектов

В данном пункте рассматриваются наиболее распространенные методы оценки и выбора инвестиционных проектов. Эти методы можно разделить на две группы: статические и динамические методы (См. [11]).

К статическим методам инвестиционных расчетов относятся:

- Расчет и сравнение прибыли;
- Расчет и сравнение издержек;
- Расчет и сравнение доходности (рентабельности);
- Расчет срока окупаемости.

Достоинствами приведенных методов являются простота, доступность информации, используемой при их применении. Недостатком этих методов являются то, что показатели не учитывают различий во времени поступления будущих доходов, а также их очень трудно запрограммировать.

Далее рассмотрим динамические методы инвестиционных расчетов. К ним относятся:

- Расчет чистой сегодняшней стоимости;
- Оценка аннуитета;
- Расчет внутренней ставки процента (внутренней доходности).

Для рассматриваемой далее задачи основное значение имеют динамические методы, поэтому рассмотрим их подробно.

Сущность метода расчета чистой сегодняшней стоимости основана на сопоставлении величины исходной инвестиции с общей суммой дисконтированных чистых денежных поступлений, генерируемых ею в течение прогнозируемого периода.

Чистая сегодняшняя стоимость (net present value, NPV) - это величина, полученная дисконтированием разницы между всеми годовыми притоками

реальных денежных средств, накапливаемыми в течение жизни проекта, и годовыми денежными оттоками.

Чистая сегодняшняя стоимость в случае разовой инвестиции вычисляется с помощью норм дисконта, позволяющих привести ежегодные поступления денежных средств в соответствии со временем осуществления первоначальной инвестиции.

Метод чистой сегодняшней стоимости имеет ряд преимуществ:

- 1) обладает достаточной устойчивостью при различных исходных данных;
- 2) позволяет находить экономически рациональное решение;
- 3) принимает во внимание время получения доходов;
- 4) используется при анализе проектов с неравномерными денежными потоками.

Недостаток метода чистой сегодняшней стоимости заключается в том, что он не позволяет судить об относительной мере роста богатства инвестора в результате осуществления инвестиционного проекта [15].

Этот метод является частным случаем модели максимизации остаточной стоимости.

Сущность метода оценки аннуитета основана на сопоставлении среднегодовых значений выплат по инвестициям и среднегодовых значений обратных поступлений. Все поступления и выплаты, связанные с осуществлением инвестиций на протяжении всего жизненного цикла проекта, пересчитываются в средние значения. При той или иной заданной процентной ставке инвестиции предпочтительны, если нет отрицательной разницы между средними годовыми поступлениями и средними годовыми выплатами. Аннуитет - это постоянная сумма, остающаяся в распоряжении инвестора после погашения основной суммы долга и выплаты процентов.

Методу расчета аннуитета присущ тот же недостаток, что и методу расчета чистой текущей стоимости капитала. Однако при использовании этого метода не нужно рассчитывать значение инвестиций по отдельным периодам, поскольку используются средние значения [14].

Этот метод является частным случаем модели максимизации изъятий.

Сущность метода расчета внутренней ставки процента.

Внутренней ставкой процента является та ставка процента, которая приводит чистую сегодняшнюю стоимость инвестиции в точности к нулю (См. [11]). Это означает, что достигнута точка безубыточности проекта.

Этот метод не пригоден для выбора инвестиционного проекта, если целевыми функциями являются стремление к имуществу и доходу.

Достоинствами метода расчета внутренней ставки процента (внутренней доходности) являются:

- 1) обеспечивает независимость результатов расчетов от абсолютных размеров инвестиций;
- 2) отличается информативностью и объективностью расчетов, а также независимостью от абсолютного размера инвестиций [18].

Недостатками данного метода являются:

- 1) сложность при расчетах;
- 2) не учитываются альтернативные возможности вложения средств (оцениваются проекты независимо от стоимости капитала);
- 3) не учитывается распределение во времени денежных потоков;
- 4) данный метод не работает, если в каком-то из годов значение годового дохода отрицательно;
- 5) не может использоваться для неординарных денежных потоков (оттоки капитала чередуются с притоками) [16].

Как показано в работе Крушвица Л. «Финансовые расчеты» все перечисленные динамические методы являются частными случаями двух основных моделей: модели остаточной стоимости и модели изъятий (См. [11]).

Основным недостатком динамических методов является то, что они не учитывают неопределенность прогнозных значений целевых показателей в процессе реализации.

Поэтому в нашей работе актуально будет рассмотреть такую модель, которая будет учитывать неопределенность в процессе реализации инвестиционных проектов. Для этого рассмотрим модель остаточной стоимости. Сущность метода основана на том, что рассматриваемый инвестор намеревается осуществить определенные изъятия и иметь в конце планируемого периода как можно больше имущества. Следовательно, правило принятия решения для инвестора выглядит следующим образом: «осуществляй ту инвестицию, которая «обещает» максимальное остаточное имущество!» (См. [11]).

### 1.3. Постановка задачи

Пусть задано множество многопериодных инвестиционных проектов  $K = \{1, \dots, N\}$ . Для их формального представления будем использовать модель полного финансового плана (См. [17]), компонентами которого являются:

- периоды реализации инвестиционного проекта  $t = 1, 2, \dots, T$ , с заданным горизонтом планирования  $T$ ;
- уровень изъятий  $Y$ , с заданной структурой изъятий  $f = (f_0, f_1, \dots, f_T)$  по периодам, согласно которой в период  $t$  уровень изъятий равен  $f_t * Y$ , одинаковые для всех проектов;
- детерминированные базовые платежи  $M = (M_0, M_1, \dots, M_T)$ , одинаковые для всех проектов;
- денежный поток  $z(i) = z_0(i), z_1(i), \dots, z_T(i)$ , который характеризует выплаты и поступления денежных средств, связанные с реализацией проектов, где  $i \in K$ .

- ставки по дополняющему инвестированию  $h = (h_1, h_2, \dots, h_T)$ , которые являются случайными величинами с заданными вероятностными распределениями;
- ставки по заимствованию  $s = (s_1, s_2, \dots, s_T)$  – случайные величины с заданными вероятностными распределениями.

В качестве целевого показателя при таких исходных данных будем рассматривать уровень капитализации на конец планового периода  $C_T(i)$ , являющийся функцией компонентов полного финансового плана:

$$C_T(i) = C_T(i, f_0, \dots, f_t, Y, M_0, \dots, M_t, z_0, \dots, z_t, h_1, \dots, h_t, s_1, \dots, s_t) \quad (1)$$

В силу зависимости целевого показателя от процентных ставок уровень капитализации является случайной величиной.

Так как целевой показатель является случайной величиной, будем рассматривать задачу выбора проекта, как задачу нахождения проекта с максимальным математическим ожиданием уровня капитализации:

$$m_i \rightarrow \max_{i \in K}, \quad (2)$$

где  $m_i$  – математическое ожидание уровня капитализации на конец планового периода.

Для решения данной задачи нам необходимо конкретизировать вероятностные распределения процентных ставок, а также выбрать метод оценки математического ожидания и реализовать выбор по критерию максимума математического ожидания уровня капитализации. Все представленные задачи будут рассмотрены во второй главе.

## 2. Алгоритмы решения задачи

Последовательно рассмотрим решение задач, сформулированных в пункте 1.3.

### 2.1 Спецификация вероятностных распределений процентных ставок

В качестве вероятностной модели неопределенности в каждом периоде реализации проекта будем использовать нормальное распределение со своими заданными математическим ожиданием и дисперсией.

$$h_t \in \text{NORM} (m_{h_t}, \sigma_{h_t}^2), t = \overline{1, T} \quad (3)$$

$$s_t \in \text{NORM} (m_{s_t}, \sigma_{s_t}^2), t = \overline{1, T} \quad (4)$$

Далее нужно оценить математическое ожидание. Для этого необходимо определить алгоритм вычисления уровня капитализации при любой реализации выбранной нами вероятностной модели неопределенности.

### 2.2 Алгоритм оценки остаточного имущества

Теперь мы приведем алгоритм, о котором говорилось в предыдущем пункте.

Пусть  $C_T^l(i)$ ,  $l = \overline{1, L}$  это есть выборка реализаций уровня капитализации для  $i$ -го проекта, где  $L$  – объем выборки.

Требуемая точность оценки обеспечивается объемом выборки, по которой оценивается математическое ожидание.

В основу оценки математического ожидания входит алгоритм оценки ожидаемого остаточного имущества.

Пусть  $h_t^l \in \text{NORM} (m_{h_t}, \sigma_{h_t}^2)$ ;  $s_t^l \in \text{NORM} (m_{s_t}, \sigma_{s_t}^2)$  -  $l$ -ая реализация процентных ставок, полученная согласно пункту 2.1,  $l = \overline{1, L}$ ,  $t = \overline{1, T}$ . Тогда оценка  $l$ -ой реализации уровня капитализации осуществляется следующим образом:

- 1) при  $t=0$

$$C_0^1(i) = M_0 - f_0 * Y + z_0(i) \quad (5)$$

2) при  $t \geq 1$  и  $C_{t-1}^1(i) > 0$

$$C_t^1(i) = M_t - f_t * Y + z_t(i) + (1+h_t) * C_{t-1}^1(i) \quad (6)$$

при  $t \geq 1$  и  $C_{t-1}^1(i) < 0$

$$C_t^1(i) = M_t - f_t * Y + z_t(i) + (1+s_t) * C_{t-1}^1(i) \quad (7)$$

В формуле (6) осуществляется дополняющее инвестирование. В (7) осуществляется дополняющее заимствование.

3) при  $t=T$  получаем искомую оценку реализации  $C_T^1(i)$ .

Эти формулы справедливы для неограниченного несовершенного рынка капитала.

Тогда, согласно методу максимального правдоподобия (См. [6]), математическое ожидание считается по формуле:

$$m(i) = \frac{1}{L} * \sum_{l=1}^L C_T^1(i) \quad (8)$$

Достижение требуемой точности оценки обеспечивается выбором необходимого объема выборки  $L$  (См. [3]).

Полагая, что  $\Delta > 0$  определяет требуемую точность оценки математического ожидания и используя связь объема выборки с требуемой точностью оценивания, а также с дисперсией целевого показателя, требуемый объем выборки определяется по формуле:

$$L = \frac{\sigma^2 * \gamma^2}{\Delta^2}, \quad (9)$$

где  $L$  – объем выборки,  $\sigma^2$  – дисперсия уровня капитализации  $C_T^1(i)$ , которая полагается с одинаковой для всех проектов,  $\gamma$  – статистика, имеющая распределение Стьюдента с  $(L-1)$  степенями свободы.

Согласно (9) необходимый объем выборки определяется соотношением:

$$L \geq \frac{\sigma^2 * \gamma^2}{\Delta^2}, \quad (10)$$

Согласно формулам (5), (6), (7) алгоритм оценки требуемого уровня капитализации для каждого проекта оценивается следующей последовательностью шагов:

1. На первом шаге необходимо найти количество реализаций  $L$ . Для этого используем формулы (9) и (10).
2. После того как определили  $L$ , на втором шаге начинаем цикл по реализациям:  $l=1,2,\dots,L$ .
3. На третьем шаге начинаем цикл по проектам:  $k=1,2,\dots,N$ , где  $N$  – задается инвестором.
4. На четвертом шаге начинаем цикл по числу периодов:  $t=1,2,\dots,T$ , где  $T$  – горизонт планирования, который задается инвестором.
5. На пятом шаге с помощью датчика псевдослучайных чисел ищем дополняющие заимствования и инвестиции на каждом периоде реализации проекта. Для этого используем формулы (3) и (4).
6. На шестом шаге считаем начальную остаточную стоимость, с помощью формулы 5.
7. На седьмом шаге, используя формулы (6) и (7) оцениваем остаточное имущество на каждом периоде. В зависимости от результата выходим из цикла и считаем заново с другими входными параметрами, либо продолжаем далее. В конце закрываем цикл по периодам.
8. На восьмом шаге считаем математическое ожидание для каждого проекта по методу максимального правдоподобия (См. [6]) по формуле:

$$m_i = \frac{1}{L} * \sum_{l=1}^L C_T^{(l)}(i) \quad (11)$$

На первой реализации, когда  $l=1$ , оценка математического ожидания считается исходя из формулы (11), т.е.  $m_i = C_t^1(i)$ .

На последующих реализациях  $m_i = \left(\frac{l-1}{l}\right) * m_i + \left(\frac{1}{l}\right) * C_t^l(i)$ .

9. На девятом шаге закрываем цикл по проектам.
10. На десятом шаге необходимо сравнить полученные оценки математического ожидания в каждом проекте и выбрать наибольшую. В результате мы получим искомый проект с наибольшей оценкой. И в конце закрываем цикл по реализациям.

### **2.3 Комплексный алгоритм оценки выбора**

Комплексный алгоритм оценки выбора задается следующей схемой:

- 1) Вводятся исходные данные, представленные компонентами полного финансового плана (См. пункт 1.3).
- 2) Оцениваются математические ожидания  $m_i$  по каждому проекту,  $i = \overline{1, N}$
- 3) Осуществляется выбор проекта с наибольшим ожидаемым уровнем капитализации
- 4) Визуализируются результаты решения задачи.

Мы описали схему комплексного алгоритма, и в следующей главе нам необходимо реализовать его на тестовых данных.

### **3. Программная реализация и численные исследования**

#### **3.1. Программная реализация модели**

В данном пункте представлено описание последовательности действий пользователя (инвестора) в разработанной программе, которая реализует алгоритмы пунктов 2.1. и 2.2. Для этой цели была выбрана среда программирования Visual Studio 2010 и язык C++.

Работа пользователя с программой организовывается следующим образом:

- 1) Пользователь вводит базовые платежи
- 2) Далее вводятся изъятия
- 3) И наконец вводится денежный поток по каждому проекту
- 4) Программа выдает оценки математических ожиданий по каждому проекту
- 5) Пользователю выводится номер проекта с лучшей оценкой

#### **3.2. Результаты численных экспериментов**

Для того чтобы проверить работу модели, проведем численные исследования.

В этом пункте представлены результаты численных экспериментов по применению модели пунктов 2.1, 2.2, 2.3 для решения тестовой задачи выбора многопериодных инвестиционных проектов.

Будем рассматривать четырехэлементное множество многопериодных инвестиционных проектов  $K = \{1, 2, 3, 4\}$  с плановым горизонтом  $T = 3$ . Четвертый проект будем считать альтернативой отказа. Реализация проекта рассматривается в условиях несовершенного неограниченного рынка капитала.

Исходные данные по проектам представлены в таблице 1.

Таблица 1.

## Исходная информация

Момент t	времени	0	1	2	3
Проект	1	-500	-400	800	400
$z_{t,1}$		-900	800	360	-10
Проект	2	-300	-800	1200	200
$z_{t,2}$		0	0	0	0
Проект	3				
$z_{t,3}$					
Проект	4				
$z_{t,4}$					
Базовые платежи		600	100	-200	800
$M_t$		20	22	24	26
Изъятия $f_t * Y$					
Проценты по заимствованию $m(s_t)$			0.12	0.10	0.10
Проценты по инвестированию $m(h_t)$			0.05	0.07	0.07
Дисперсии	$\sigma_{s_t}^2$		0.0003	0.0002	0.0002
	$\sigma_{h_t}^2$		0.0001	0.00012	0.00012

При оценке объема выборки вероятность допустимой ошибки выбиралась равной  $\varepsilon = 0,05$ . Тогда требуемый объем выборки согласно соотношению (9) равен  $L = 100$ .

Результат применения алгоритмов 2.1., 2.2. приводит к следующим ожидаемым уровням капитализации каждого проекта:

$$m_1 = 1514,14$$

$$m_2 = 1543,76$$

$$m_3 = 1522,94$$

$$m_4 = 1358,79$$

Тогда согласно использованному алгоритму выбора в качестве лучшего выбирается второй проект.

Численный эксперимент для решения тестовой задачи показал, что наша модель работает.

#### **4. Заключение**

В работе дана постановка задачи выбора многопериодных инвестиционных проектов в условиях вероятностной неопределенности относительно процентных ставок дополняющего заимствования и инвестирования. В основу постановки задачи взята модель максимизации остаточной стоимости, т.е. уровня капитализации проекта на конец планового периода инвестирования.

В качестве вероятностной модели описания неопределенности использованы нормальные распределения вероятностей ставок по инвестированию и заимствованию в каждом периоде реализации проектов. При этом параметры распределений отличны друг от друга в каждом периоде.

Разработаны алгоритмы оценки ожидаемого уровня капитализации для случая нормального распределения процентных ставок в каждом периоде реализации проекта.

Реализован алгоритм оценки и выбора многопериодного инвестиционного проекта с максимальным ожидаемым уровнем капитализации.

Разработана программная реализация модели и проведены численные исследования.

Результаты исследований показали, что рассматриваемая модель может быть использована в практике выбора многопериодных инвестиций.

## 5. Список литературы:

1. Бирман Г., Шмидт С. Экономический анализ инвестиционных проектов. / Пер. с англ. Под ред. Л. П. Белых. – М.: ЮНИТИ, 1997, 631 с.
2. Блех Ю., Гетце У. Инвестиционные расчеты. Модели и методы инвестиционных проектов. – Калининград: «Янтарный сказ», 1997.
3. Боровков А. А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез. – М.: «Наука», 1984, 472 с.
4. Ван Хорн Дж. Основы управления финансами. – М.: Финансы и статистика, 1996, 800 с.
5. Воронцовский А. В. Инвестиции и финансирование. Методы оценки обоснования. – СПб: Изд-во С.-Петербур. гос. ун-та, 1998, 526 с.
6. Елисеева И. И., Князевский В. С., Ниворожкина Л. И., Морозова З. А.; Под ред. И.И. Елисеевой. Теория статистики с основами теории вероятностей. Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001, 446 с.
7. Инвестиционный проект /Студенческая библиотека онлайн. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: [http://studbooks.net/12506/investirovanie/investitsionnyy\\_proekt](http://studbooks.net/12506/investirovanie/investitsionnyy_proekt) Свободный. – Загл. с экрана.
8. Инвестор /Терминологический словарь по курсу «Финансы, деньги и кредит». – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа:

[http://studbooks.net/52638/finansy/terminologicheskij\\_slovar\\_finansy\\_dengi\\_kredit#448](http://studbooks.net/52638/finansy/terminologicheskij_slovar_finansy_dengi_kredit#448) Свободный. – Загл. с экрана.

9. Классификация инвестиций /Студенческая библиотека онлайн. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: [http://studbooks.net/4383/investirovanie/klassifikatsiya\\_investitsiy#296](http://studbooks.net/4383/investirovanie/klassifikatsiya_investitsiy#296) Свободный. – Загл. с экрана.
10. Ковалев В. В., Уланов В. А. Курс финансовых вычислений. – М.: Финансы и статистика, 1999, 328 с.
11. Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты. – СПб: Питер, 2001, 432 с.
12. Крушвиц Л., Шефер Д., Шваке М. Финансирование и инвестиции. Сборник задач и решений / Пер. с нем. Под общей редакцией З. А. Сабова и А. Л. Дмитриева. – СПб: Питер. 2001, 320 с.
13. Лившиц В.Н., Косов В.В., Шахназаров А.Г. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов: (2-ая редакция)/официальное издание Минфина РФ. – М.: Экономика, 2000, 421 с.
14. Метод оценки аннуитета /Рефераты, курсовые, дипломные работы по менеджменту. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: <http://www.refmanagement.ru/ritem-5906-8.html> Свободный. – Загл. с экрана.
15. Метод чистой текущей стоимости проекта /Файловый архив студентов. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: <http://www.studfiles.ru/preview/5429827/page:2/> Свободный. – Загл. с экрана.
16. Недостатки метода расчета внутренней нормы доходности /Студопедия. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: [http://studopedia.ru/2\\_95518\\_dinamicheskie-metodi-otsenki-investitsionnih-proektov.html](http://studopedia.ru/2_95518_dinamicheskie-metodi-otsenki-investitsionnih-proektov.html) Свободный. – Загл. с экрана.
17. Попов В. М., Ляпунов С. И., Муртузалиева С. Ю., Безлепкин В. И., Касаткин А. А. Финансовый бизнес-план: Учеб. пособие / Под ред,

действ. Члена Акад. инвестиций РФ, д-ра экон. наук, проф. В. М. Попова. – М.: Финансы и статистика, 2002, 480 с.

18. Преимущества и недостатки метода расчета внутренней нормы доходности /Студенческая библиотека онлайн. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: [http://studbooks.net/12513/investirovanie/dinamicheskie\\_metody\\_otsenki\\_investitsionnyh\\_proektov](http://studbooks.net/12513/investirovanie/dinamicheskie_metody_otsenki_investitsionnyh_proektov) Свободный. – Загл. с экрана.
19. Ставка дисконта /Студенческая библиотека онлайн. – Электрон. дан. – [Б.м., 2017]. – Режим доступа: [http://studbooks.net/12513/investirovanie/dinamicheskie\\_metody\\_otsenki\\_investitsionnyh\\_proektov](http://studbooks.net/12513/investirovanie/dinamicheskie_metody_otsenki_investitsionnyh_proektov) Свободный. – Загл. с экрана.
20. Хиршлейфер Дж. Инвестиционные решения при неопределенности: подходы с точки зрения теории выбора // Рынки факторов производства. (Вехи экономической мысли. Т. 3.) – СПб.: Экон. шк., 1999. С. 225-261.
21. Шарп У.Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции. – М.: Инфра-М, 2003, 1027 с.
22. Шарп У. Ф. Инвестиции: учеб. для студ. вузов, обуч. по экономич. – Спец. М.: Инфра-М: НФПК, 2004.
23. Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. – М.: ФАЗИС, 1998, 512 с.
24. Ширяев В.И. Модели финансовых рынков: Оптимальные портфели, управление финансами и рисками: Учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007, 216 с.

## Приложение 1

## Код программы

```
#include "stdafx.h"
#include<iostream>
#include<ctime>
#include<cstdio>
#include <conio.h>
#include <cstdlib>
#include <random>
using namespace std;
double gen(double mn, double mx)
{
    double dx = mx-mn;
    double accur = 1e3;
    int fmx = dx*accur;
    double t = rand()%fmx;
    t/=accur;
    return mn+t;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
```

```

{
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    int t,k;
    int T=4;//Число периодов
    int l=1;
    float gamma=1.96;
    float del_c=10;//Точность оценки
    float sigma=775;
    float pre=(sigma*pow(gamma,2))/pow(del_c,2);
    int L=pre;//Число реализаций или объем выборки
    double m[10];//Математическое ожидание остаточной стоимости
    int N=5;//Номер проекта
    double M[10];//Базовые платежи
    double f[10];//изъятия для потребления
    double z[10][10];//денежный поток
    double C[10][10];//Остаточная стоимость
    double h[100];//Дополняющие инвестиции
    double s[100];//Дополняющее заимствование
    double math_s[10]={0.12, 0.10, 0.10};
    double math_h[10]={0.05, 0.07, 0.07};
    double disp_s[10]={0.0003, 0.0002, 0.0002};
    double disp_h[10]={0.0001, 0.00012, 0.00012};
    printf("Введите базовые платежи\n");
    for (int p=0; p < 4;p++)
    {
        cin >> M[p];
    }
    printf("Введите изъятия\n");
    for (int p=0; p < 4;p++)
    {

```

```

        cin >> f[p];
    }
    printf("Введите денежный поток\n");
    for(int p=0; p < 4;p++)
    {
        for(int q=0; q < 4;q++)
            cin >> z[p][q];
    }
    for(l;l<L;l++)
    {
        printf("%d-ая реализация : \n", l);

        for(k=1;k<N;k++)//цикл по проектам
        {
            printf("%d-й проект : ", k);
            h[0]=0;
            s[0]=0;
            for(t=1;t<T;t++)
            {
                printf("%d-й период : \n", t);
                if (h[t] > s[t])
                    s[t] = gen(math_s[t-1],disp_s[t-1]);
                if (h[t]<0)
                    h[t] = gen(math_h[t-1], disp_h[t-1]);
                if (s[t]<0)
                    s[t] = gen(math_s[t-1], disp_s[t-1]);
                    if (h[t]<0 && s[t]<0)
                    {
                        h[t] = gen(math_h[t-1], disp_h[t-1]);
                        s[t] = gen(math_s[t-1], disp_s[t-1]);
                    }
            }
        }
    }

```

```

    if (h[t] > s[t])
    {
        s[t] = gen(math_s[t-1], disp_s[t-1]);
    }
}
printf(" h = %.3lf ", h[t]);
printf("s = %.3lf\n", s[t]);
C[k][0]= M[0]-f[0]+z[k-1][t-1];
printf("Остаточная стоимость начальная = %.1lf\n ",C[k][0]);
if (t==T)
{
    C[t][k]=C[t][k];
    printf("Остаточная стоимость = %.1lf\n ",C[t][k]);
}
else
{
    if((C[k][t-1]>0))
    {
        C[k][t]=M[t]-f[t]+z[k-1][t]+((1+h[t])*C[k][t-1]);
        printf("Остаточная стоимость = %.2lf\n ",C[k][t]);
    }
    else
    {
        C[k][t]=M[t]-f[t]+z[k-1][t]+((1+s[t])*C[k][t-1]);
        printf("Остаточная стоимость = %.2lf\n ",C[k][t]);
    }
}
printf("Остаточная стоимость = %.1lf\n ",C[k][t]);
if(l==1)
{

```

```

        m[k]=C[k][t];
        printf("Мат. ожидание предыдущее: %.2lf\n",m[k]);
    }
    else
    {
        m[k]=((1-1.0/l)*m[k]+((1.0/l)*C[k][t]));
        C[k][t]=0.0;
    }
}
printf("Мат. ожидание : %.2lf\n",m[k]);

}

double max=m[0];
int maxI;
for (int i = 0; i < 5; ++i)
{
    if (m[i] > max)
    {
        max = m[i];
        maxI = i;
    }
}
printf("Лучшее мат. ожидание: ");
cout << max << endl;
printf("Наилучшим является проект: ");
cout << maxI << endl;
}
system("pause");
return 0;
}

```

Окончание приложения 1



A screenshot of a Windows command prompt window. The title bar shows the path `C:\WINDOWS\system32\cmd.exe` and standard window controls (minimize, maximize, close). The command prompt displays the text "Введите базовые платежи" (Enter basic payments) followed by the input "600 100 -200 800" and a cursor. The rest of the window is black.

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
Введите базовые платежи
600 100 -200 800_
```

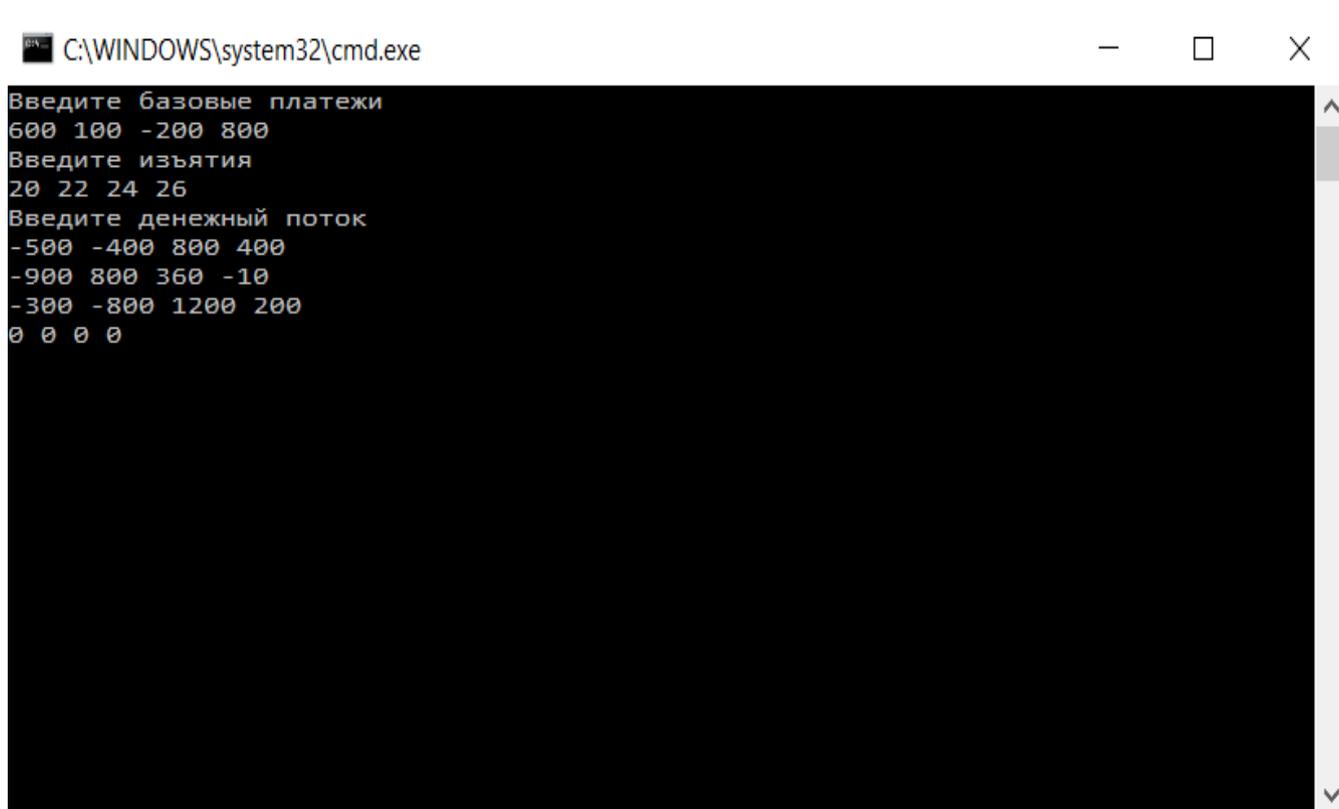
Приложение 2

Результаты численных экспериментов



```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
Введите базовые платежи
500 100 -200 800
Введите изъятия
20 22 24 26_
```

Приложение 3



A screenshot of a Windows command prompt window. The title bar shows the path "C:\WINDOWS\system32\cmd.exe" and standard window controls (minimize, maximize, close). The command prompt displays the following text:

```
Введите базовые платежи  
600 100 -200 800  
Введите изъятия  
20 22 24 26  
Введите денежный поток  
-500 -400 800 400  
-900 800 360 -10  
-300 -800 1200 200  
0 0 0 0
```

C:\WINDOWS\system32\cmd.exe

```

Введите базовые платежи
600 100 -200 800
Введите изъятия
20 22 24 26
Введите денежный поток
-500 -400 800 400
-900 800 360 -10
-300 -800 1200 200
0 0 0 0
1-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 1514,14
2-й проект : Мат. ожидание : 1543,76
3-й проект : Мат. ожидание : 1522,94
4-й проект : Мат. ожидание : 1358,79
Лучшее мат. ожидание: 1543.76
Наилучшим является проект: 2
2-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 890,78
2-й проект : Мат. ожидание : 669,36
3-й проект : Мат. ожидание : 868,99
4-й проект : Мат. ожидание : 589,12
Лучшее мат. ожидание: 890.778
Наилучшим является проект: 1
3-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 748,22
2-й проект : Мат. ожидание : 555,36
3-й проект : Мат. ожидание : 737,37
4-й проект : Мат. ожидание : 485,15
Лучшее мат. ожидание: 748.222
Наилучшим является проект: 1
4-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 683,88
2-й проект : Мат. ожидание : 523,46
3-й проект : Мат. ожидание : 678,06
4-й проект : Мат. ожидание : 455,07
Лучшее мат. ожидание: 683.879
Наилучшим является проект: 1
5-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 646,93
2-й проект : Мат. ожидание : 506,87
3-й проект : Мат. ожидание : 644,45
4-й проект : Мат. ожидание : 442,86
Лучшее мат. ожидание: 646.929
Наилучшим является проект: 1
6-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 622,65
2-й проект : Мат. ожидание : 496,02
3-й проект : Мат. ожидание : 622,63
4-й проект : Мат. ожидание : 434,96
Лучшее мат. ожидание: 622.648
Наилучшим является проект: 1
7-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 605,50
2-й проект : Мат. ожидание : 492,26
3-й проект : Мат. ожидание : 606,26
4-й проект : Мат. ожидание : 429,65
Лучшее мат. ожидание: 606.265
Наилучшим является проект: 3
8-ая реализация :
1-й проект : Мат. ожидание : 592,72
2-й проект : Мат. ожидание : 487,15
3-й проект : Мат. ожидание : 593,90
4-й проект : Мат. ожидание : 425,88
Лучшее мат. ожидание: 593.904
Наилучшим является проект: 3

```

5

Приложение

9-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 582,92  
2-й проект : Мат. ожидание : 485,71  
3-й проект : Мат. ожидание : 584,18  
4-й проект : Мат. ожидание : 423,81  
Лучшее мат. ожидание: 584.185  
Наилучшим является проект: 3

10-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 574,99  
2-й проект : Мат. ожидание : 483,72  
3-й проект : Мат. ожидание : 576,69  
4-й проект : Мат. ожидание : 422,88  
Лучшее мат. ожидание: 576.692  
Наилучшим является проект: 3

11-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 568,73  
2-й проект : Мат. ожидание : 482,30  
3-й проект : Мат. ожидание : 570,92  
4-й проект : Мат. ожидание : 422,58  
Лучшее мат. ожидание: 570.917  
Наилучшим является проект: 3

12-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 563,29  
2-й проект : Мат. ожидание : 479,82  
3-й проект : Мат. ожидание : 565,82  
4-й проект : Мат. ожидание : 422,61  
Лучшее мат. ожидание: 565.817  
Наилучшим является проект: 3

13-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 558,67  
2-й проект : Мат. ожидание : 479,60  
3-й проект : Мат. ожидание : 561,31  
4-й проект : Мат. ожидание : 422,04  
Лучшее мат. ожидание: 561.313  
Наилучшим является проект: 3

14-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 554,92  
2-й проект : Мат. ожидание : 477,96  
3-й проект : Мат. ожидание : 557,52  
4-й проект : Мат. ожидание : 421,12  
Лучшее мат. ожидание: 557.52  
Наилучшим является проект: 3

15-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 551,54  
2-й проект : Мат. ожидание : 477,85  
3-й проект : Мат. ожидание : 554,48  
4-й проект : Мат. ожидание : 421,26  
Лучшее мат. ожидание: 554.481  
Наилучшим является проект: 3

16-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 548,67  
2-й проект : Мат. ожидание : 477,00  
3-й проект : Мат. ожидание : 551,80  
4-й проект : Мат. ожидание : 420,22  
Лучшее мат. ожидание: 551.799  
Наилучшим является проект: 3

17-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 546,08  
2-й проект : Мат. ожидание : 476,87  
3-й проект : Мат. ожидание : 549,28  
4-й проект : Мат. ожидание : 419,27  
Лучшее мат. ожидание: 549.284  
Наилучшим является проект: 3

18-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 543,78  
2-й проект : Мат. ожидание : 476,10  
3-й проект : Мат. ожидание : 546,99  
4-й проект : Мат. ожидание : 419,61  
Лучшее мат. ожидание: 546.993  
Наилучшим является проект: 3

19-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 541,65  
2-й проект : Мат. ожидание : 475,76  
3-й проект : Мат. ожидание : 545,12  
4-й проект : Мат. ожидание : 420,01  
Лучшее мат. ожидание: 545.12  
Наилучшим является проект: 3

20-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 539,77  
2-й проект : Мат. ожидание : 475,67  
3-й проект : Мат. ожидание : 543,55  
4-й проект : Мат. ожидание : 419,16  
Лучшее мат. ожидание: 543.548  
Наилучшим является проект: 3

21-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 538,08  
2-й проект : Мат. ожидание : 474,87  
3-й проект : Мат. ожидание : 542,18  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,69  
Лучшее мат. ожидание: 542.179  
Наилучшим является проект: 3

22-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 536,58  
2-й проект : Мат. ожидание : 474,70  
3-й проект : Мат. ожидание : 540,68  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,35  
Лучшее мат. ожидание: 540.681  
Наилучшим является проект: 3

23-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 535,14  
2-й проект : Мат. ожидание : 473,61  
3-й проект : Мат. ожидание : 539,37  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,60  
Лучшее мат. ожидание: 539.369  
Наилучшим является проект: 3

24-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 533,87  
2-й проект : Мат. ожидание : 472,88  
3-й проект : Мат. ожидание : 537,91  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,42  
Лучшее мат. ожидание: 537.906  
Наилучшим является проект: 3

Окончание приложения 5

25-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 532,73  
2-й проект : Мат. ожидание : 473,21  
3-й проект : Мат. ожидание : 537,04  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,19  
Лучшее мат. ожидание: 537.041  
Наилучшим является проект: 3

26-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 531,71  
2-й проект : Мат. ожидание : 472,89  
3-й проект : Мат. ожидание : 536,06  
4-й проект : Мат. ожидание : 417,83  
Лучшее мат. ожидание: 536.062  
Наилучшим является проект: 3

27-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 530,73  
2-й проект : Мат. ожидание : 472,55  
3-й проект : Мат. ожидание : 535,32  
4-й проект : Мат. ожидание : 417,77  
Лучшее мат. ожидание: 535.324  
Наилучшим является проект: 3

28-ая реализация :  
1-й проект : Мат. ожидание : 529,84  
2-й проект : Мат. ожидание : 472,47  
3-й проект : Мат. ожидание : 534,54  
4-й проект : Мат. ожидание : 418,26  
Лучшее мат. ожидание: 534.539  
Наилучшим является проект: 3

Для продолжения нажмите любую клавишу . . . ■