МИНИСТЕРСТНО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Тверской Государственный Университет»

Математический факультет

**Кафедра общей математики и физики**

**Курсовая работа**

 **по дисциплине «Комплексный анализ»**

**Направление подготовки: «Математика и компьютерные науки»**

**Тема: «Гиперболические функции комплексного переменного»**

Выполнил:

студентка 31 группы

Шитова Анастасия Вячеславовна

Научный руководитель:

к.ф-м.н. доцент,

Чемарина Юлия Владимировна

**Содержание**

Введение……………………………………………………………………3

Гиперболические функции………………………………………………..4

Графики вещественных функций……………………………………........5

Гиперболические функции комплексного переменного………………...7

Связь с тригонометрическими функциями………………………………8

Свойства……………………………………………………………………9

Аналитические свойства………………………………………………….12

Обратные гиперболические функции……………………………………13

Графики обратных вещественных функций……………………………..14

Применение гиперболических функций…………………………………16

Заключение…………………………………………………………………17

Список использованной литературы……………………………………..18

 **Введение**

Первое появление гиперболических функций историки обнаружили в трудах английского математика Абрахама де Муавра (1707, 1722). Современное определение и обстоятельное их исследование выполнил Винченцо Риккати в 1757 году («Opusculorum», том I), он же предложил их обозначения: . Риккати исходил из рассмотрения единичной гиперболы.

Независимое открытие и дальнейшее исследование свойств гиперболических функций было проведено Иоганном Ламбертом (1768), который установил широкий параллелизм формул обычной и гиперболической тригонометрии. Н. И. Лобачевский впоследствии использовал этот параллелизм, пытаясь доказать непротиворечивость неевклидовой геометрии, в которой круговая тригонометрия заменяется на гиперболическую.

**Гиперболические функции**

Гиперболи́ческие фу́нкции — семейство элементарных функций, выражающихся через экспоненту и тесно связанных с тригонометрическими функциями.

Гиперболические функции задаются следующими формулами:

* гиперболический синус:
* гиперболический косинус:
* гиперболический тангенс:
* гиперболический котангенс:

Иногда также определяются:

* гиперболические секанс и косеканс:

**Графики вещественных функций**

График гиперболического синуса



График гиперболического косинуса 

График гиперболического тангенса 

График гиперболического котангенса 

**Гиперболические функции комплексного переменного**

Найдем гиперболический синус, если комплексное число , где

, и мнимая единица.Тогда

.

Аналогичные преобразования дают

Определим первый модуль

.

**Связь с тригонометрическими функциями**

Гиперболические функции выражаются через тригонометрические функции от мнимого аргумента.

Здесь – мнимая единица, = –1.

**Свойства**

1. Основные тождества:
2. Четность и нечетность:
3. Формулы сложения:
4. Формулы двойного угла:
5. Формулы кратных углов:
6. Произведения:
7. Суммы:
8. Формулы понижения степени:
9. Производные:
10. Интегралы:

11.Связь гиперболического синуса и косинуса с тангенсом и котангенсом:

**Аналитические свойства**

Гиперболический синус и гиперболический косинус аналитичны во всей комплексной плоскости, за исключением существенно особой точки на бесконечности. Гиперболический тангенс аналитичен везде, кроме полюсов в точках , где n — целое.

**Обратные гиперболические функции**

 называется обратным гиперболическим синусом.

Аналогично определяются и другие обратные гиперболические функции. Обратные гиперболические функции являются многозначными, но в случае обратных тригонометрических функций мы ограничимся основными значениями, при которых их можно рассматривать как однозначные.

Ниже приведен список основных значений обратных гиперболических функций, выраженных через логарифмические функции, которые принимаются в качестве вещественных.

1. Ареасинус
2. Ареакосинус
3. Ареатангенс
4. Ареакотангенс

**Графики обратных вещественных функций**

График обратного гиперболического синуса (ареасинуса)



График обратного гиперболического косинуса (ареакосинуса)

Пунктиром показана вторая ветвь ареакосинуса.



График обратного гиперболического тангенса (ареатангенса)



График обратного гиперболического котангенса (ареакотангенса)

**

**Применение гиперболических функций**

Гиперболические функции часто встречаются при вычислении различных интегралов. Некоторые интегралы от рациональных функций и от функций, содержащих радикалы, довольно просто выполняются с помощью замен переменных с использованием гиперболических функций.

Аналогично тому, как матрицы вида описывают повороты двумерного евклидова пространства, матрицы описывают повороты в простейшем двумерном пространстве Минковского. В связи с этим гиперболические функции часто встречаются в теории относительности.

Однородная веревка или цепочка, свободно подвешенная за свои концы, приобретает форму графика функции (в связи с чем график гиперболического косинуса иногда называют цепной линией). Это обстоятельство используется при проектировании арок, поскольку форма арки в виде перевёрнутой цепной линии наиболее удачно распределяет нагрузку.

**Заключение**

В рамках данного исследования мы рассмотрели основные гиперболические функции: рассмотрели гиперболические функции и их свойства, обратные гиперболические функции, применение гиперболических функций.

**Список использованной литературы**

1.Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного – М.: Наука, 1987. – 688 с

2. Элементарные функции комплексного переменного. – Электрон. дан. – [Б.м., 2016]. – Режим доступа: http://www.mathhelpplanet.com. – Загл. с экрана.