МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«Тверской государственный университет»

Факультет прикладной математики и кибернетики  
Кафедра информатики

Направление 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»  
Профиль «Инженерия программного обеспечения»

КУРСОВАЯ РАБОТА ПО ПРЕДМЕТУ

«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»

Тема: «Машина Тьюринга»  
Тема №36

Выполнила: студентка 1 курса 16 группы   
 Николаева Мария Сергеевна  
   
 Научный руководитель:   
 Золотов Александр Сергеевич

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Тверь, 2018

Оглавление

1) Описание алгоритма, программа м.Тьюринга……………3

2) Протокол вычисления для заданных……………………...6  
входных данных

3) Оценка времени работы……………………………………7

2

1) Описание алгоритма, программа м.Тьюринга

Вариант №36.  
Машина Тьюринга для распознавания языка L5.

Пусть язык L5 ϵ {w ϵ {a, b, c}\* ǀ (число букв a в слове w)х(число букв b в слове w)≤ (число букв c в слове w)2}. Описать алгоритм и построить машину Тьюринга, вычисляющую характеристическую функцию языка L5:

cL(w) =

1, если w ϵ L5

0, в противном случае

Описание алгоритма: последовательно находим в слове количество букв *a*, *b* и *c*, затем перемножаем *a* на *b*, *c* на *c* и сравниваем результаты.

Ʃ ϵ {0, 1, ǀ, ʌ, #а, #b, #c, #c\*, #аb, #cc, a, b, c, a\*, b\*, c\*}  
Начальное состояние - q0, конечное - qf

q0, ʌ → qf, 1, 0 *(если в слове нет букв, то 0 ≤ 0, верно)*q0, x → q1, x, +1, x ϵ {a, b, c}  
q1, ʌ → q2, #а, -1   
q2, х → q2, х, -1, x ϵ {a, b, c, #а, ǀ}  
q2, ʌ → qa\*, ʌ, +1  
q2, а\* → qa\*, а\*, +1   
qa\*, х → qa\*, х, +1, x ϵ {b, c}   
qa\*, а → qа, а\*, +1   
qа, х → qa, х, +1, x ϵ {a, b, c, #а, ǀ}  
qа, ʌ → q2, ǀ, -1  
qa\*, #а → q3, #а, +1   
q3, ǀ → q3, ǀ, +1   
q3, ʌ → q4, #b, -1   
q4, x → q4, x, -1, x ϵ {ǀ, #а, #b, b, c, a\*}  
q4, ʌ → qb\*, ʌ, +1  
q4, b\* → qb\*, b\*, +1  
qb\*, x → qb\*, x, +1, x ϵ {a\*, c}  
qb\*, b → qb, b\*, +1  
qb, x → qb, x, +1, x ϵ {ǀ, #а, #b, b, c, a\*}  
qb, ʌ → q4, ǀ, -1  
qb\*, #а → q5, #а, +1 q5, x → q5, x, +1, x ϵ {ǀ, #b}  
q5, ʌ → q6, #c, -1  
q6, x → q6, x, -1, x ϵ {ǀ, #а, #b, #c, b\*, c, a\*}  
q6, ʌ → qc\*, ʌ, +1  
q6, c\* → qc\*, c\*, +1  
qc\*, x → qc\*, x, +1, x ϵ {b\*, a\*}  
qc\*, c → qc, c\*, +1  
qc, x → qc, x, +1, x ϵ {ǀ, #а, #b, #c, b\*, c, a\*}  
qc, ʌ → q6, ǀ, -1  
qc\*, #а → q7, #а, -1  
q7, x → q7, x, -1, x ϵ {a\*, b\*, c\*}  
q7, ʌ → q­8, ʌ, +1  
q8, x → q8, ʌ, +1, x ϵ {a\*, b\*, c\*}  
q8, #а → q9, #а, +1   
q9, x → q­9, x, +1, x ϵ {ǀ, #а, #b, #c}  
q9, ʌ → q10, #ab, -1  
q10, х → q10, х, -1, x ϵ {ǀ, #b, #c}  
q10, #а → q­11, #а, +1  
q11, ǀ → q­12, ǀ`, +1  
q12, ǀ →q­12, ǀ, +1  
q12, #b → q­mb, #b, +1  
qmb, ǀ → q­13, ǀ`, +1  
q13, x → q­13, x, +1 , x ϵ {ǀ, #ab, #c}  
q13, ʌ → q­14, ǀ, -1  
q14, x → q­14, x, -1 , x ϵ {ǀ, #ab, #c}  
q14, ǀ` → qmb, ǀ, +1  
qmb, #c → q­15, #c, -1  
q15, x → q­15, x, -1, x ϵ {ǀ, #b}  
q15, ǀ` → q­11, ǀ, +1  
q11, #b → q­16, #b, +1  
q16, x → q­16, x, +1 , x ϵ {ǀ, #ab, #c}  
q16, ʌ → q­17, #cс, -1   
q17, x → q­17, x, -1 , x ϵ {ǀ, #ab}  
q17, #c → q­18, #c, -1  
q18, x → q18, x, -1, x ϵ {ǀ, #a, #b}  
q18, ʌ → q19, ʌ, +1  
q19, x → q19, ʌ, +1, x ϵ {ǀ, #a, #b}  
q19, #c → q20, #c, +1  
q20, ǀ → q20, ǀ, +1  
q20, #ab → q21, #ab, -1  
q21, ǀ → q22, ǀ`, -1  
q22, x → q22, x, -1, x ϵ {ǀ, #c}  
q22, ʌ → q23, ǀ, +1  
q23, x → q23, x, +1, x ϵ {ǀ, #c}  
q23, ǀ` → q21, ǀ, -1  
q21, #c → q24, #c, -1  
q24, ǀ → q24, ǀ, -1   
q24, ʌ → q25, #c\*, +1  
q25, ǀ → q26, ǀ`, +1  
q26, ǀ → q26, ǀ, +1  
q26, #c → qmc, #c, +1  
qmc, ǀ → q27, ǀ`, +1  
q27, x → q27, x, +1, x ϵ {ǀ, #ab, #cc}  
q27, ʌ → q28, ǀ, -1  
q28, x → q28, x, -1, x ϵ {ǀ, #cc, #ab}  
q28, ǀ` → qmc, ǀ, +1  
qmc, #ab→ q29, #ab, -1  
q29, x → q29, x, -1, x ϵ {ǀ, #c}  
q29, ǀ` → q25, ǀ, +1  
q25, #c → q30, #c, -1  
q30, x → q30, x, -1, x ϵ {ǀ, #c\*}  
q30, ʌ → q31, ʌ, +1  
q31, x → q31, ʌ, +1, x ϵ {ǀ, #c\*, #c}  
q31, #ab→ q32, ʌ, +1

3

*(qа\* пробегает по слову и находит очередную букву «а», она помечается звездочкой, и в конец ленты приписывается еще* *одна палочка)*

*(если в qa\* видим #а , значит, слово закончилось; пропускаем кол-во букв «а» в унарной записи и ставим символ #b*, после *которого последует кол-во букв «b»)*

*(qb\* пробегает по слову и находит очередную букву «b», она помечается звездочкой, и в конец ленты приписывается еще* *одна палочка)*

*(поставили #а в конце слова; за этим символом будет идти количество букв «а» в слове)*

*(если в qb\* видим #а , значит, слово закончилось; пропускаем кол-во букв «а» и «b» в унарной записи и ставим символ #с*, после *которого последует кол-во букв «с»)*

*(qс\* пробегает по слову и находит очередную букву «с», она помечается звездочкой, и в конец ленты приписывается еще* *одна палочка)*

*(если в qс\* видим #а , значит, слово закончилось; пропускаем кол-во букв «а», «b» и «с» в унарной записи и ставим символ #ab*, после *которого последует кол-во axb; исходное слово стирается)*

*(если в qс\* видим #а , значит, слово закончилось; пропускаем кол-во букв «а», «b» и «с» в унарной записи и ставим символ «*#ab*»*, после *которого последует   
кол-во axb; исходное слово стираем)*

*(qс\* пробегает по слову и находит очередную букву «с», она помечается звездочкой, и в конец ленты приписывается еще* *одна палочка)*

*(если в qb\* видим #а , значит, слово закончилось; пропускаем кол-во букв «а» и «b» в унарной записи и ставим символ #c*, после *которого последует кол-во букв «c»)*

умножение axb

*(после умножения ставим в конце ленты символ «#cс », за которым последует кол-во схс; стираем кол-ва букв «a» и «b» и символы «#а» и «#b»)*

4

*(копируем кол-во букв «с»; на ленте после этого будет*#c\* ǀ…ǀǀ #c ǀ…ǀǀ #ab ǀǀ…ǀǀ #cс )

5

*(после умножения стираем всё слева до «#ab » и сам этот символ; на ленте остается*  
ǀǀ…ǀǀ #cс ǀ…ǀǀ )

умножение сxс

q32, x → q32, x, +1, x ϵ {ǀ, #cc}  
q32, ʌ → qsr, ʌ, -1  
qsr, ǀ → q33, ʌ, -1  
q33, x → q33, x, -1, x ϵ {#ab, #cc, ǀ}  
q33, ʌ → qsl, ʌ, +1  
qsl, ǀ → q32, ʌ, +1  
q32, #cc → qgf, 1, +1  
qsl, #cc → qgf, 1, +1  
qgf, ǀ → qgf, ʌ, +1  
qgf, ʌ → qgf, ʌ, -1  
qgf, 1 → qf, 1, 0  
qsr, #cc → qpf, 0, -1  
qpf, ǀ → qpf, ʌ, -1  
qpf, ʌ → qpf, ʌ, +1  
qpf, 0 → qf, 0, 0

(сравнение длин *axb и схс)*

*(если в* q32 *видим* #cc*, значит,* axb = 0; *такой случай удовлетворяет условию программы)*

*(в состояние* qsl *программа входит в левом конце слова, в* qsr *– в правом конце. Если в* qsl *видим* #cc *, значит, часть ленты слева от* #cc *– количество* axb *– опустела, то есть это кол-во меньше чем* схс*, что удовлетворяет условию задачи;   
  
если* #cc *достигается в состоянии* qsr*, это значит, что опустела правая часть ленты, то есть кол-во* схс*, и условие не выполняется)*

2) Протокол вычисления для слова *acacbbcc*:

**q0***acacbbcc* ⱶ *a* **q1***cacbbcc* ⱶ *ac* **q1***acbbcc* ⱶ\* *acacbbcc* **q1**ʌ ⱶ *acacbbc* **q2***c*#а ⱶ  
ⱶ *acacbb* **q2***cc*#а ⱶ\* **q2** ʌ*acacbbcc*#а  ⱶ **qa*\**** *acacbbcc*#а ⱶ  *a\** **qa** *cacbbcc*#а  ⱶ   
ⱶ *a\*c* **qa** *acbbcc*#а  ⱶ\* *a\*cacbbcc*#а **qa**ʌ ⱶ *a\*cacbbcc* **q2** #а ǀ ⱶ *a\*cacbbc* **q2***c*#а ǀ ⱶ\*  
ⱶ\* **q2***a\*cacbbcc*#а ǀ ⱶ *a\** **qa\*** *cacbbcc*#а ǀ ⱶ *a\*c* **qa\*** *acbbcc*#а ǀ ⱶ   
ⱶ *a\*ca\** **qa** *cbbcc*#а ǀ ⱶ\*  *a\*ca\*cbbcc*#а ǀ **qa** ʌ ⱶ *a\*ca\*cbbcc*#а **q2**ǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* *a\*c* **q2***a\*cbbcc*#а ǀǀ ⱶ *a\*ca\** **qa\*** *cbbcc*#а ǀǀ ⱶ\* *a\*ca\*cbbcc* **qa\*** #а ǀǀ ⱶ  
ⱶ *a\*ca\*cbbcc*#а **q3** ǀǀ ⱶ2 *a\*ca\*cbbcc*#а ǀǀ **q3** ʌ ⱶ  *a\*ca\*cbbcc*#а ǀ **q4**ǀ#b  ⱶ\*  
ⱶ\* **q4** ʌ*a\*ca\*cbbcc*#а ǀǀ#b  ⱶ **qb\****a\*ca\*cbbcc*#а ǀǀ#b  ⱶ\* *a\*ca\*c* **qb\****bbcc*#а ǀǀ#b  ⱶ  
ⱶ *a\*ca\*cb\** **qb** *bcc*#а ǀǀ#b  ⱶ\* *a\*ca\*cbbcc*#а ǀǀ#b **q4** ǀ ⱶ\* *a\*ca\*c* **q4** *b\*bcc*#а ǀǀ#b ǀ ⱶ   
ⱶ *a\*ca\*c**b\** **qb\****bcc*#а ǀǀ#b ǀ ⱶ  *a\*ca\*c**b\***b\** **qb** *cc*#а ǀǀ#b ǀ ⱶ\*  
ⱶ\*  *a\*ca\*cb\*b\*cc*#а ǀǀ#b ǀ **q4** ǀ ⱶ\* *a\*c\*a\*c\***b\*b\*c\**  **q7** *c\**#а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* **q8** *a\*c\*a\*c\***b\*b\*c\*c\**#а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ ⱶ ʌ**q8** *c\*a\*c\***b\*b\*c\*c\**#а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* **q8** #а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ ⱶ #а **q9** ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ ⱶ\* #а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀ **q10** ǀ #аb  ⱶ\*  
ⱶ\* **q10** #а ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb  ⱶ #а **q11** ǀǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb  ⱶ #а ǀ` **q12** ǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb  ⱶ2  
  
ⱶ2 #а ǀ`ǀ#b **qmb**ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb  ⱶ #а ǀ`ǀ#b ǀ` **q13** ǀ#с ǀǀǀǀ #аb  ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b ǀ`ǀ#с ǀǀǀǀ **q14**#аb ǀ ⱶ\*  
ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b **q14** ǀ`ǀ#с ǀǀǀǀ#аb ǀ ⱶ #а ǀ`ǀ#b ǀ **qmb** ǀ#с ǀǀǀǀ#аb ǀ ⱶ #а ǀ`ǀ#b ǀǀ`**q13** #с ǀǀǀǀ#аb ǀ ⱶ\*  
ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b ǀǀ`#с ǀǀǀǀ #аb **q14** ǀǀ ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b ǀǀ`#с ǀǀǀǀ #аb **q14** ǀǀ ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b ǀǀ **qmb** #с ǀǀǀǀ #аb ǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* #а ǀ`ǀ#b ǀǀ **qmb** #с ǀǀǀǀ #аb ǀǀ ⱶ\* #а **q15** ǀ`ǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀ ⱶ #а ǀ **q11** ǀ#b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀ ⱶ  
ⱶ #а ǀǀ` **q12** #b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀ ⱶ\* #а ǀǀ **q11** #b ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ ⱶ #а ǀǀ#b **q16** ǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* #а ǀǀ#bǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀ **q17** ǀ #cc ⱶ\* #а ǀǀ#bǀǀ**q17** #с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ  
ⱶ #а ǀǀ#bǀ **q18** ǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\* **q18** ʌ #а ǀǀ#bǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ  
ⱶ **q19** #а ǀǀ#bǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\* **q19** #с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\* #с ǀǀǀǀ **q20** #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ  
ⱶ #с ǀǀǀ **q21** ǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ #с ǀǀ **q22** ǀǀ` #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ ǀ **q23** #с ǀǀǀǀ` #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\*  
ⱶ\* ǀ#с ǀǀǀ **q23** ǀ` #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ ǀ #с ǀǀ **q21** ǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ ǀ#с ǀ **q21** ǀǀ`ǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\*  
ⱶ\* ǀ **q23** ǀ#с ǀǀǀ`ǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\* #c\* **q25**ǀǀǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\* #c\*ǀ` **q26** ǀǀǀ#с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ3  
ⱶ3 #c\*ǀ`ǀǀǀ **q26** #с ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ #c\*ǀ`ǀǀǀ#с **qmc** ǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ #c\*ǀ`ǀǀǀ#сǀ` **q27** ǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ⱶ\*   
ⱶ\* #c\*ǀ`ǀǀǀ#сǀ`ǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc **q28** ǀ ⱶ\* #c\*ǀ`ǀǀǀ#с **q28** ǀ`ǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀ ⱶ  
ⱶ #c\*ǀ`ǀǀǀ#сǀ **qmc** ǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀ ⱶ\* #c\* **q29** ǀ`ǀǀǀ#сǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀ ⱶ  
ⱶ #c\*ǀ **q25** ǀǀǀ#сǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀ ⱶ\* #c\*ǀǀǀǀ **q25** #сǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ  
ⱶ #c\*ǀǀǀ **q30** ǀ#сǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ\* **q30** #c\*ǀǀǀǀ#сǀǀǀǀ #аb ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ\*  
ⱶ\* **q32** ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ\* ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ **q32** ʌ ⱶ ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ **qsr** ǀ ⱶ  
ⱶ ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ **q33** ǀ ⱶ\* **q33** ʌǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ **qsl** ǀǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ  
ⱶ **q32** ǀǀǀ #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ\* **qsl** #cc ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ1**qgf** ǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀǀ ⱶ\*   
ⱶ\* 1 ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ **qgf** ǀ ⱶ 1 ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌ ʌʌ **qgf** ʌ ⱶ\*   
ⱶ\* **qgf** 1 ⱶ **qf** 1

6

3) Оценка времени работы

***Цикл прохода по слову для поиска букв***: худший случай, если слово состоит из n одинаковых букв, тогда пройти до правого конца ленты – n+1, поставить палочку и вернуться к следующей букве в слове – n+1, это повторяется n раз, значит, итоговое время для этого цикла - **О(n2)**  
***Цикл для умножения***: худший случай – количества перемножаемых букв равны n/3. Поставить штрих на первой палочке первого числа и написать кол-во палочек второго числа – n/3(2n/3+1+2n/3+1) = O(n2), повторяем это n/3 раз, итого время для этого цикла – **О(n3)  
  
*Цикл для копирования «с»***: **О(n/3)  
  
*Цикл для сравнения чисел***: худший случай, когда axb = сxс = n2/9. Время – **О(n2)**

**Итоговое время - О(n3)**

7